



DESCRIPTIFS QUASI-GEOIDES ET GRILLES DE CONVERSION ALTIMETRIQUE SUR LA FRANCE METROPOLITAINE

Laboratoire de Recherche en Géodésie

Service de Géodésie et Nivellement

Sommaire

1. Introduction.....	4
2. Calcul de géoïde par la méthode de Stokes	6
3. France métropolitaine : QGF98 , RAF98, RAF09.....	7
3.1 Le quasi-géoïde QGF98.....	7
3.2 L'évaluation de QGF98 et élaboration de la grille de conversion altimétrique RAF98	9
3.3 Evaluation de RAF98 par des points GPS nivelés externes	12
3.4 La grille de conversion altimétrique RAF09.....	14
3.5 Statistiques et tests de RAF09	14
3.6 Comparaison entre RAF98 et RAF09	15
3.7 Evaluation de RAF09 par des points GPS nivelés externes	16
4. Corse : QGC02 et RAC09.....	17
4.1 Le quasi-géoïde QGC02	17
4.2 La grille de conversion altimétrique RAC09	20
4.3 Evaluation de RAC09 par des points GPS nivelés externes	21
Références Bibliographiques.....	23

1. Introduction

Inventé par les mathématiciens et géodésiens allemands C.F. Gauss et J.B. Listing, le géoïde est longtemps resté un objet d'études scientifiques. Il est défini comme l'équipotentielle du champ de pesanteur ($W=W_0$) correspondant au mieux au niveau moyen des mers. Il était principalement utilisé pour des recherches sur les références verticales et le niveau moyen de la mer. Depuis l'apparition des techniques spatiales de positionnement, et plus particulièrement avec le développement rapide du système GPS, la situation a radicalement changé: le géoïde est devenu un outil indispensable pour convertir les hauteurs ou les différences de hauteurs au dessus de l'ellipsoïde issues du GPS en altitudes ou en différences d'altitudes.

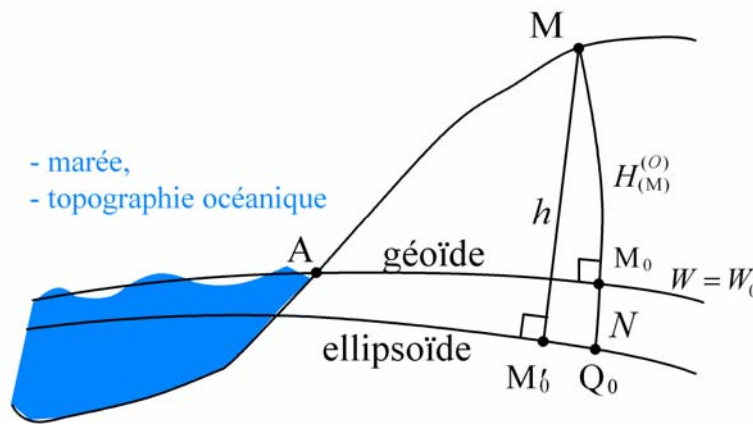


Figure 1 : Altitude, hauteur ellipsoïdale et géoïde.

Ce problème de conversion altimétrique, dans sa forme générique, est illustré par la figure 1: M est un point de la surface topographique, M₀ est le point du géoïde à la verticale de M, Q₀ est le point d'un ellipsoïde sur la normale à ce dernier passant par M. H est l'altitude orthométrique de M, h est sa hauteur ellipsoïdale. N est la hauteur du géoïde au dessus de l'ellipsoïde de référence. Avec une très bonne approximation, ces grandeurs sont liées par l'équation :

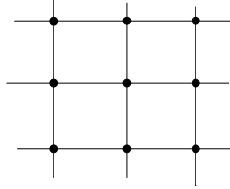
$$H = h - N \quad (1)$$

Le géoïde s'exprime sous la forme de valeurs de N en fonction des coordonnées géographiques (longitude et latitude). Il existe plusieurs façon de représenté N :

- Développement en harmoniques sphériques

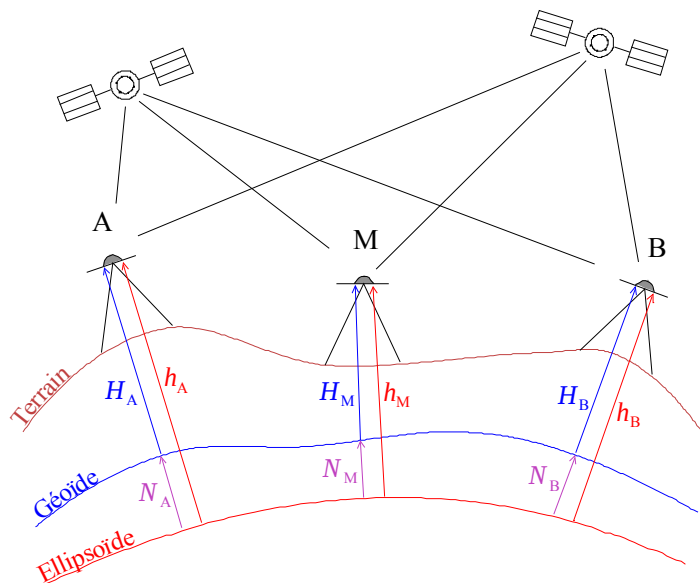
$$N = \frac{GM}{R\gamma} \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n P_{n,m}(\cos \theta) (J'_{n,m} \cos m\lambda + K'_{n,m} \sin m\lambda) \right)$$

- Fonctions polynomiales
- Développement en ondelettes
- Grilles de valeurs et processus d'interpolation
- Cartes avec courbes de niveau



Les déterminations de modèles de géoïde utilisent des données de différentes natures liées au champ de pesanteur

- Déviation de la verticale par mesures astro-géodésiques
- Intensité de pesanteur (g) par gravimétrie relative et absolue, terrestre et aéroportée
- Gradiométrie satellitaire
- Altimétrie satellitaire
- Dynamique orbitale (mesures sol-satellites, satellite-satellite)
- Mesures de la hauteur au dessus de l'ellipsoïde (h) par GNSS et d'altitude (H) par nivellement de précision



Les méthodes de déterminations satellitaires fournissent des géoïdes globaux, précis (centimétrique) mais peu résolus.

Les déterminations de la gravimétrie par exemple par la méthode de Stokes donnent des géoïdes précis et très résolus à condition d'utiliser des mesures denses et bien réparties. En général ces géoïdes recouvrent un pays, ou un continent.

Il est possible de réaliser des modèles locaux du géoïde en déterminant par GPS la hauteur ellipsoïdale de quelques repères de nivellement, ou, par nivellement, l'altitude de quelques points GPS. Pour les autres points, qui sont connus uniquement par GPS, on interpole la hauteur du géoïde en s'appuyant sur les points GPS nivelés environnants et on en déduit l'altitude. On peut prétendre à une précision d'un petit nombre de centimètres pour peu que :

- les points GPS nivelés soient suffisamment nombreux et bien répartis dans et autour de la zone de travail,
- les observations et traitements GPS soient de bonne qualité,
- les dénivelées ne soient pas trop fortes pour éviter des erreurs de troposphère sur les hauteurs ellipsoïdales,
- le géoïde présente peu de courbure.

Avec cette technique, on maîtrise parfaitement et automatiquement les problèmes de systèmes de références géodésique et altimétrique. La méthode est d'un emploi délicat en zone accidentée.

Une troisième solution consiste à réaliser, par les techniques de la géodésie physique, un géoïde précis et de l'adapter aux références nationales de géodésie et nivellement à l'aide de points GPS nivelés. Si les données utilisées sont denses et de bonne qualité, la précision du modèle de géoïde est du même ordre de grandeur que celle que permet le GPS en altimétrie. Pour l'utilisateur, le rattachement au réseau de nivellement devient en principe inutile.

2. Calcul de géoïde par la méthode de Stokes

Sans trop entrer dans les détails, il est nécessaire de rappeler quelques définitions et d'apporter quelques précisions. Le géoïde est la surface équipotentielle du champ de pesanteur qui coïncide au mieux avec la surface moyenne des océans. Il existe plusieurs méthodes de calcul du géoïde, dont celle de Stokes. Elle utilise des anomalies de pesanteur, définie de la manière suivante :

- g est l'intensité de la pesanteur réelle au niveau du géoïde
- γ est l'intensité qu'aurait la pesanteur si la Terre était un ellipsoïde
- $\Delta g = g - \gamma$ est l'anomalie de la pesanteur
- La hauteur du géoïde au dessus de l'ellipsoïde est alors :

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (2)$$

R est le rayon de la Terre, ψ est l'angle sous lequel on voit, depuis le centre de la Terre, le point de calcul et le point courant d'intégration, S est la fonction de Stokes qui ne dépend que de ψ , le domaine d'intégration σ est une sphère unité. Malheureusement, la formule de Stokes n'est valable que dans des conditions assez éloignées de la réalité : il faudrait, en particulier, qu'il n'y ait pas de masse au dessus du géoïde, donc pas de topographie. En fait, il n'est pas possible de calculer N rigoureusement par la méthode de Stokes sans connaître la masse volumique de la croûte terrestre au dessus du géoïde. C'est la raison qui a conduit de nombreux pays, dont la France sous l'impulsion de J.J. Levallois, à adopter dès 1969 un système d'altitudes normales au lieu des altitudes orthométriques. La surface de référence des altitudes normales est le quasi-géoïde, qui est calculable exactement sans qu'il soit nécessaire de connaître la masse volumique du terrain, par une extension de la théorie de Stokes due à Molodenski.

3. France métropolitaine : QGF98 , RAF98, RAF09

3.1 Le quasi-géoïde QGF98

Trois types de données ont été utilisées pour sa réalisation :

- le modèle global de champ OSU91A qui joue le rôle d'une solution approchée et dont l'emploi permet de se contenter d'une intégration des anomalies de pesanteur dans un domaine restreint (220 km autour de chaque point calculé dans le cas de QGF98),
- des valeurs d'anomalies de pesanteur au nombre de 550000 environ, la plupart provenant du Bureau de Recherche Géologiques et Minières et du Bureau Gravimétrique International (voir figure 2),
- un modèle numérique de terrain d'un pas de 140 m, couvrant l'Europe de l'ouest, assemblé à partir de données provenant de l'IGN, du Ministère de la Défense et d'organismes étrangers.

Le potentiel de pesanteur, ainsi que toutes les quantités qui lui sont liées : anomalies de pesanteur, hauteur du quasi-géoïde, sont considérés comme la somme de trois termes : la partie représentée par le modèle de champ, la partie due au terrain supposé homogène et non déjà restituée par le modèle de champ (anomalie dite du terrain résiduel), et la partie, dite résiduelle, due à la géologie ou à des causes plus profondes. Le processus de calcul, baptisé "méthode du terrain résiduel" est dû à R. Forsberg et peut être résumé ainsi :

Des anomalies gravimétriques mesurées Δg , on retire l'anomalie telle qu'elle résulte du modèle de champ Δg_{GM} ainsi que la composante due au terrain résiduel Δg_{RT} , pour obtenir l'anomalie gravimétrique résiduelle :

$$\Delta g_{res} = \Delta g - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RT} \quad (3)$$

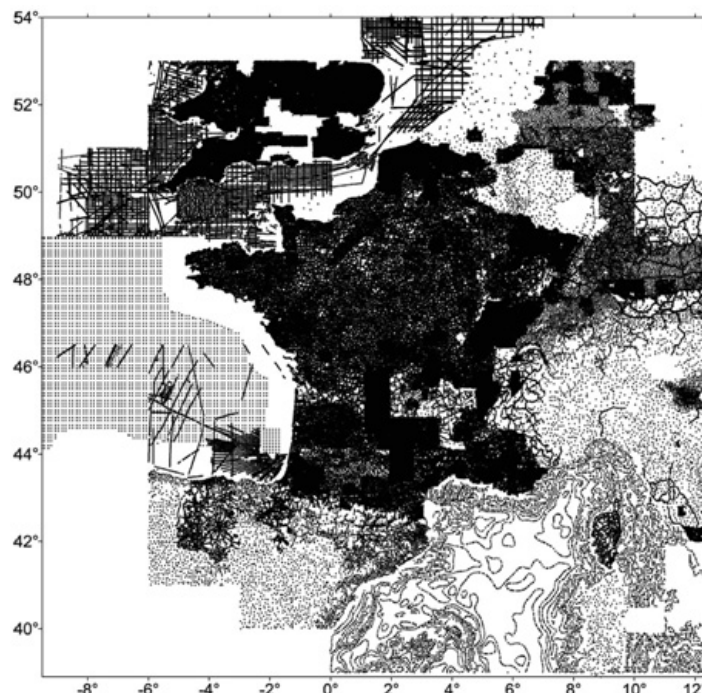


Figure 2 : Données gravimétriques incorporées dans le calcul de QGF98

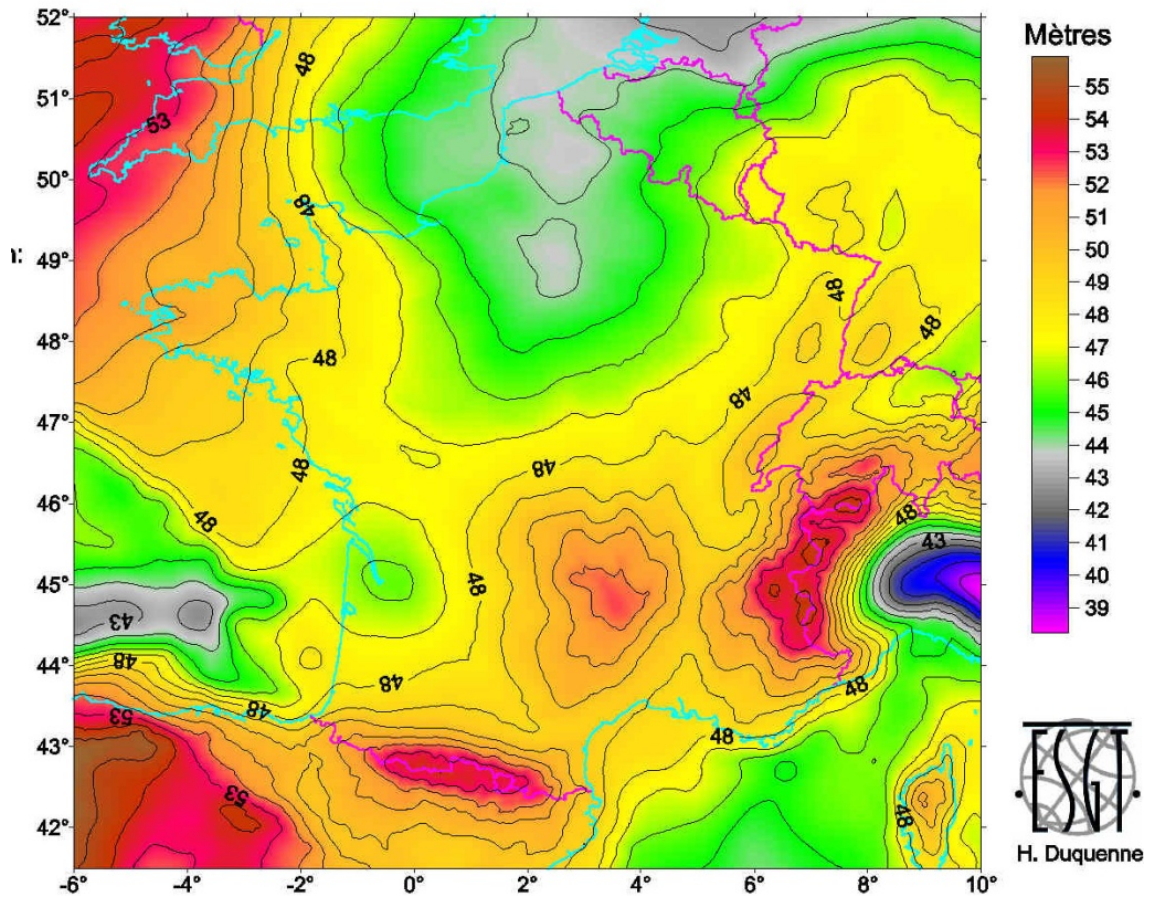


Figure 3 : Le quasi-géoïde QGF98

A partir des anomalies résiduelles ponctuelles on calcule, par interpolation, une grille d'anomalies résiduelles.

On intègre par la formule de Stokes, obtenant des hauteurs du quasi-géoïde résiduel ζ_{res} .

On restaure enfin le quasi-géoïde du modèle de champ ζ_{GM} et l'influence du terrain résiduel ζ_{RT} :

$$\zeta = \zeta_{res} + \zeta_{GM} + \zeta_{RT} \quad (4)$$

L'ensemble de logiciels Gravsoft ainsi que des programmes développés par H.Duquenne (IGN/ESGT) ont été utilisés. La figure 3 montre le quasi-géoïde.

3.2 L'évaluation de QGF98 et élaboration de la grille de conversion altimétrique RAF98

En France continentale, la référence altimétrique (surface d'altitude nulle) dont l'utilisateur a besoin pour des opérations de nivellement par GPS est celle qui est réalisée par le réseau de nivellement IGN69. Il serait donc commode d'exprimer cette référence d'altitude dans le référentiel géodésique utilisé pour les calculs GPS, en l'occurrence le RGF93. Le quasi-géoïde gravimétrique QGF98 ne réalise pas cette condition pour plusieurs raisons :

- du fait du mode de calcul de QGF98, sa référence géodésique est celle du modèle de champ OSU91A;
- ce modèle de champ présente des erreurs régionales que le processus de calcul ci-dessus n'a pas entièrement supprimées, et qui sont dues en grande partie à la présence des Alpes et des Pyrénées;
- comme toute mesure, la gravimétrie utilisée pour élaborer QGF98 est affectée d'erreurs à caractère systématique (mauvais étalonnage de gravimètres) ou accidentel;
- le réseau de nivellement français est entaché d'erreurs systématiques dont la principale est une pente dans la direction nord-sud de 0,30 m pour 1000 km. La surface d'altitude nulle réalisée par le réseau n'est donc pas un quasi-géoïde parfait;
- l'altimétrie du réseau géodésique RGF présente elle-même des erreurs accidentelles de quelques centimètres.

Pour conserver la référence d'altitude IGN69 dans les opérations de nivellement par GPS, il a donc été nécessaire d'adapter QGF98, ce qui a été réalisé en le comparant aux points nivelés du RGF selon la figure 4. ζ_{QGF98} désigne la hauteur du quasi-géoïde gravimétrique au dessus de son ellipsoïde de référence. $\zeta_{GPS-Niv}$ est la hauteur de la surface d'altitude nulle au dessus de l'ellipsoïde de référence du réseau RGF, on l'obtient par le GPS et le nivellement :

$$\zeta_{GPS-Niv} = h - H \quad (5)$$

En chacun des 987 points nivelés du RGF, l'écart peut être modélisé en distinguant une tendance générale exprimée par une fonction linéaire des coordonnées géographiques, et un résidu qui représente les erreurs locales, corrélées ou non :

$$\zeta_{GPS-Niv,i} - \zeta_{QGF98,i} = a + b(\varphi_i - \varphi_o) + c(\lambda_i - \lambda_o)\cos \varphi_i + \nu_i \quad (6)$$

i est l'indice du point, λ_i et φ_i sont sa longitude et sa latitude, λ_o et φ_o sont les coordonnées d'un point de référence arbitraire, a est la partie constante de la tendance, b et c sont les pentes vers le nord et l'est de la surface de référence d'altitude par rapport au quasi-géoïde gravimétrique, ν_i est le résidu. Celui-ci, ainsi que a , b , c sont calculés par la méthode des moindres-carrés. La tendance linéaire représente les erreurs à grande longueur d'onde ou grande distance de corrélation (problèmes de références géodésiques, erreurs du modèle de champ, erreur systématique principale du nivellement). L'écart-type des résidus

est un indicateur global des autres erreurs. Les résultats de la comparaison du quasi-géoïde gravimétrique aux points GPS nivelés du RBF sont donnés dans le tableau I. La figure 5 montre, par des courbes de niveau, les résidus. Les corrélations locales apparaissent clairement, et on constate l'existence de deux zones à forts résidus dans les Landes et en Provence. Des tests et analyses ont montré que ces erreurs proviennent de mesures gravimétriques de mauvaise qualité en mer, autour de la Corse, qui se répercutent sur le géoïde. Une erreur importante du modèle global OSU91 sur la Corse induit aussi une déformation de QGF98. Il est possible de réduire les erreurs dans les Landes en portant le rayon d'intégration de Stokes de 220 à 330 km au moins, mais les erreurs en Provence deviennent alors insupportables. Une tentative en 1998 de calcul de géoïde pour la Corse a d'ailleurs échoué pour les mêmes raisons.

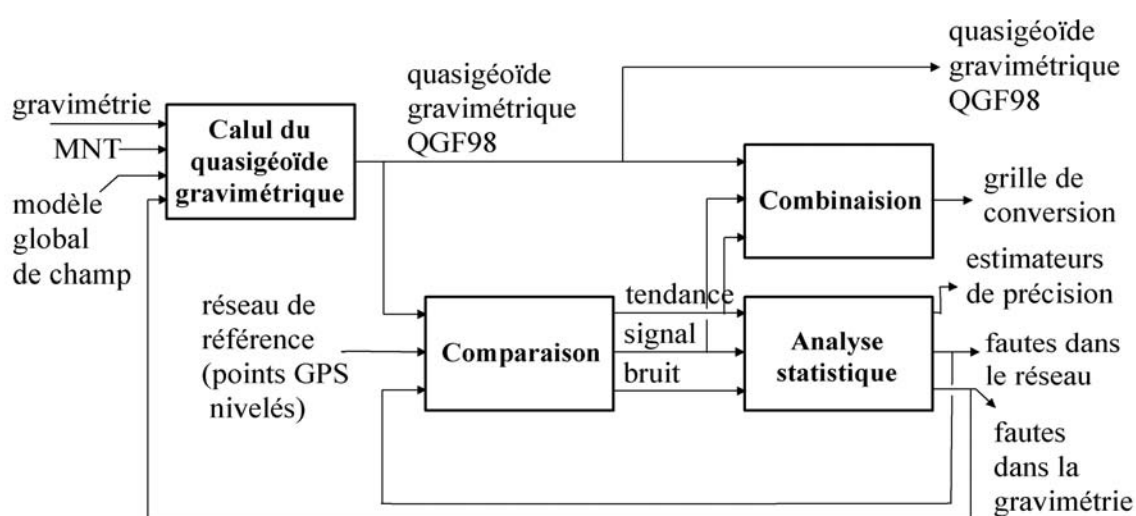


Figure 4 : Validation et adaptation du quasi-géoïde QGF98.

Tableau I : Comparaison de QGF98 des points GPS nivelés du RGF.

	Paramètre	Unité	Valeur
a	biais constant	m	0,060
b	pente vers le nord	m/1000 km	-0,5258
c	pente vers l'est	m/1000 km	0,7852
v min	résidu minimal	m	-0,379
v max	résidu maximal	m	0,676
σ_v	écart-type des résidus	m	0,109
σ_s	écart-type du signal	m	0,104
σ_n	écart-type du bruit	m	0,034

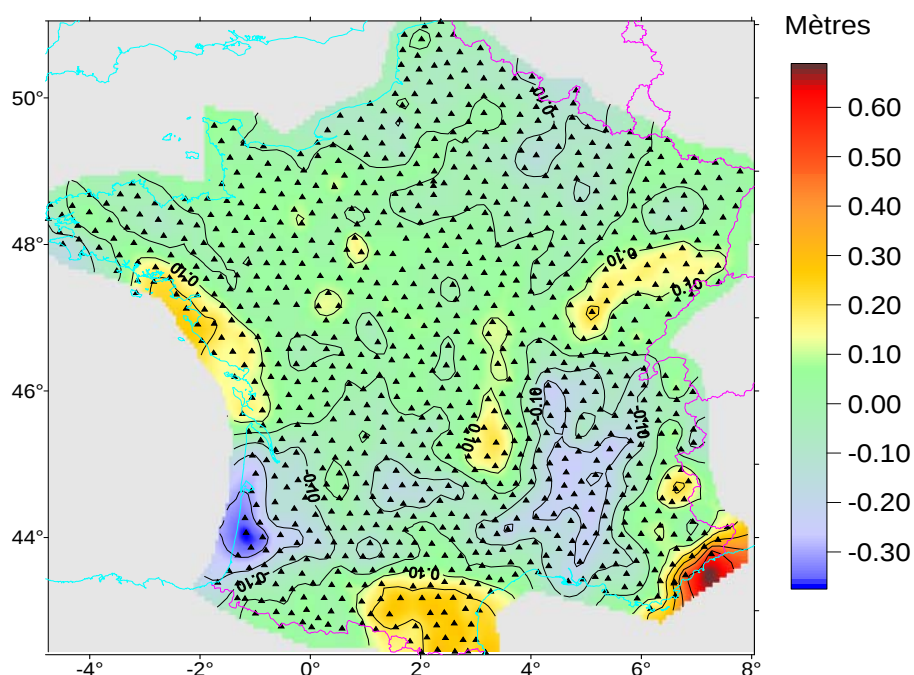


Figure 5 : Résidus de la régression linéaire du quasi-géoïde (2°) à 987 points RBF nivelés.

Il est bien évident qu'une précision de 10 cm en nivellement, se dégradant à 60 cm dans certaines régions, n'est pas satisfaisante pour la majorité des utilisateurs. Aussi a-t-on imaginé d'adapter le quasi-géoïde en profitant à la fois des corrélations locales des erreurs (ce qui les rend prévisibles en partie) et de la bonne exactitude générale des points nivelés du RBF. On partage chaque résidu v_i en signal s_i (partie corrélée) et bruit n_i (partie non corrélée). On démontre qu'une bonne estimation du signal en un point est obtenue en interpolant les résidus des points voisins par une méthode particulière, le krigeage. Le bruit est obtenu en retranchant le signal estimé du résidu effectif. Ces quantités peuvent dans un premier temps être utilisées pour détecter des fautes dans les données. En effet, un signal important est l'indice d'erreurs corrélées, généralement imputables à un défaut de la gravimétrie que l'intégrale de Stokes "étale". Au contraire, un bruit de grand module ne peut être dû qu'à une faute non corrélée sur un point GPS nivelé, causée par exemple par une hauteur d'antenne GPS inexacte ou par l'utilisation d'un repère de nivellement fortuitement déplacé. L'écart-type des résidus, donné dans le tableau I, caractérise l'écart du quasi-géoïde et de la référence NGF IGN69 après régression linéaire, l'écart-type du signal est dominé par les erreurs du quasi-géoïde dues à la mauvaise gravimétrie, l'écart-type du bruit rend plutôt compte des erreurs locales du RGF et du nivellement, dont on peut prendre la mesure de la qualité.

On peut ensuite se servir de la tendance et du signal pour corriger le quasi-géoïde et le contraindre à mieux épouser la forme de la surface d'altitude nulle : il suffit, en chaque nœud de la grille du quasi-géoïde, d'appliquer la tendance et une valeur interpolée du

signal. Interpoler le bruit n'aurait évidemment pas de sens. Cette méthode a été appliquée pour générer la grille de conversion RAF98 à partir du quasi-géoïde QGF98 et de 987 point du RGF.

RAF98 se présente sous la forme d'une grille en coordonnées géographiques RGF93, en degrés décimaux. Le pas de la grille est $0,025^\circ$ en latitude, $0,0333^\circ$ en longitude, soit un point tous les 2,7 km environ, ce qui permet une interpolation bilinéaire si on ne recherche pas une précision d'interpolation meilleure que le centimètre. La grille RAF98 a été intégrée dans de nombreux logiciels GPS.

3.3 Evaluation de RAF98 par des points GPS nivelés externes

En même temps que d'autres grilles de conversions altimétriques, RAF98 a été évaluée par le groupe de travail "Positionnement statique et dynamique" du Conseil National de l'Information Géographique, sous la présidence de P. Willis. Les traitements ont été réalisés par J.M. Nocquet. Les tests sont basés sur des ensembles de points GPS nivelés, rattachés aux références RGF et IGN69, fournis par différents organismes (IGN et ENSG, SNCF, EDF, CNRS, IPGP). Pour chaque point, on a comparé l'altitude issue du nivellement traditionnel à celle déduite du GPS et des grilles de conversion. Après rejet éventuel de données fausses, l'erreur moyenne quadratique et un biais local moyen ont été calculés pour chaque ensemble de points, donnant des estimateurs de précision de l'ensemble du processus. Il n'est en effet pas possible de séparer les erreurs de RAF98 de celles des mesures de GPS et nivellement de contrôle. En marge des travaux du CNIG ou après ceux-ci, l'auteur de RAF98 (H.DUQUENNE) a reçu de l'ENSG, de l'ESGT, du Service du Cadastre et de géomètres des données intéressantes car concernant des régions non couvertes par les tests du CNIG. Les résultats de tous les tests disponibles sont présentés dans le tableau II et la figure 6. Les écarts donnés ici peuvent être légèrement différents de ceux publiés par le CNIG, les processus de calcul et de rejet de points faux n'étant pas tout à fait identiques. Globalement, il apparaît que le nivellement par GPS, s'appuyant sur le Réseau Géodésique Français et RAF98, soit réalisable et qu'une précision de 2 à 3 centimètres puisse être atteinte à condition d'assurer une précision maximum en GPS et d'être précisément rattaché au RGF93.

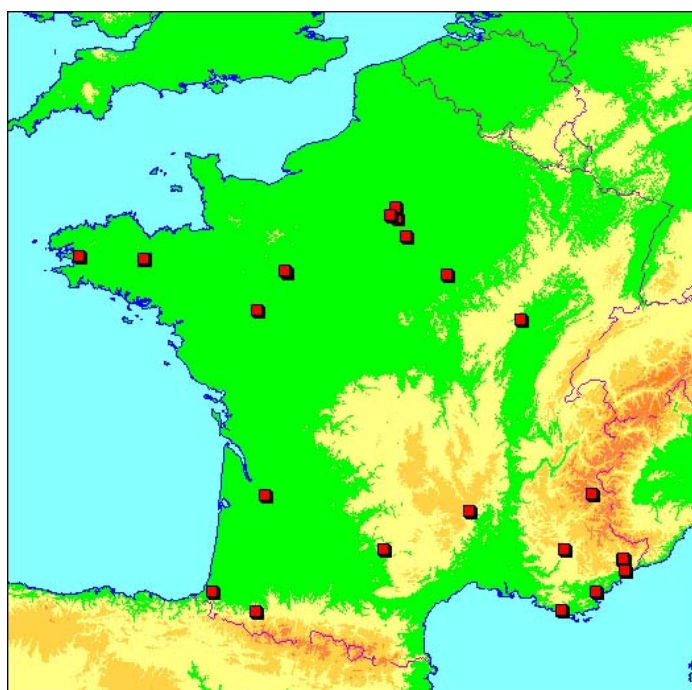


Figure 6 : localisation des tests de RAF98

Tableau II : Validation de la grille de conversion RAF98

Fournisseur	long.	lat.	alti.	pts	pd	biais	éc. min	éc. max	EMQ	ec. type
SARL Nicolas	-2.808	48.201	171	12	0	0.001	-0.02	0.025	0.013	0.013
ENSG	5.968	44.026	586	76	2	0.004	-0.039	0.054	0.019	0.018
ESGT	0.171	48.012	85	7	0	-0.001	-0.01	0.009	0.006	0.006
ESGT	0.149	48.014	81	6	0	0.001	-0.005	0.009	0.005	0.005
TOPOLIGER	-0.420	47.461	40	18	0	0.006	-0.013	0.025	0.013	0.012
IGN	-0.263	44.799	52	41	2	-0.021	-0.066	0.01	0.027	0.017
EDF	6.556	44.810	1140	18	0	0.02	-0.037	0.071	0.039	0.035
IGN	2.192	44.023	283	8	0	-0.028	-0.038	-0.014	0.029	0.008
IPGP	3.994	44.564	972	3	0	0.054	-0.015	0.158	0.092	0.092
IGN	5.051	47.319	256	95	2	-0.001	-0.026	0.025	0.012	0.012
IGN	6.617	43.413	164	6	0	0.012	-0.015	0.041	0.021	0.019
SNCF	2.478	48.773	74	3	0	-0.043	-0.094	-0.015	0.056	0.044
EDF	-0.464	43.131	360	3	0	0.001	-0.012	0.022	0.015	0.018
IGN	-1.365	43.403	90	26	2	0.0	-0.053	0.047	0.021	0.022
IGN	5.909	43.143	147	6	0	0.02	0.0	0.039	0.026	0.017
CNRS	7.184	43.876	162	4	0	0.007	-0.03	0.038	0.03	0.034
EDF	7.191	43.877	184	12	0	0.014	-0.014	0.05	0.022	0.018
SNCF-MIRE	0.247	44.443	32	3	0	-0.022	-0.029	-0.014	0.023	0.008
SNCF-MIRE	2.457	48.931	46	2	0	-0.011	-0.017	-0.005	0.013	0.008
SNCF-RATP	2.341	48.827	54	9	0	-0.01	-0.025	0.014	0.015	0.013
SNCF	-4.154	48.231	74	15	1	0.008	-0.023	0.042	0.022	0.021
SNCF	2.678	48.511	55	2	0	-0.017	-0.018	-0.015	0.017	0.002
Ville de NICE	7.240	43.717	100	28	0	-0.023	-0.048	0.025	0.027	0.015
SNCF	3.519	47.961	85	3	0	-0.018	-0.019	-0.018	0.018	0.001

3.4 La grille de conversion altimétrique RAF09

Tous les sites du RBF ont été réobservés en GPS par le service de géodésie et nivellement de l'IGN entre 2000 et 2008. Les calculs ont été exécutés avec le logiciel Bernese et appuyé sur le RGP (Réseau GNSS Permanent) et le nouveau jeu de coordonnées issu du recalcul des observations de 1998 à 2009. Ces nouvelles observations et calculs du RBF ont permis d'améliorer la précision et l'exactitude des coordonnées aussi bien sur les composantes horizontales que verticales. Certains sites RBF ont aussi été à nouveau nivelés en nivellement de précision.

La nouvelle grille RAF2009 correspond à une adaptation du quasi-géoïde QGF98, de QGC02 (Figure 12 : amélioration sur la Provence), et du quasi-géoïde sur l'Auvergne issu du jeu test européen (Figure 7) sur 941 points GPS nivelés.

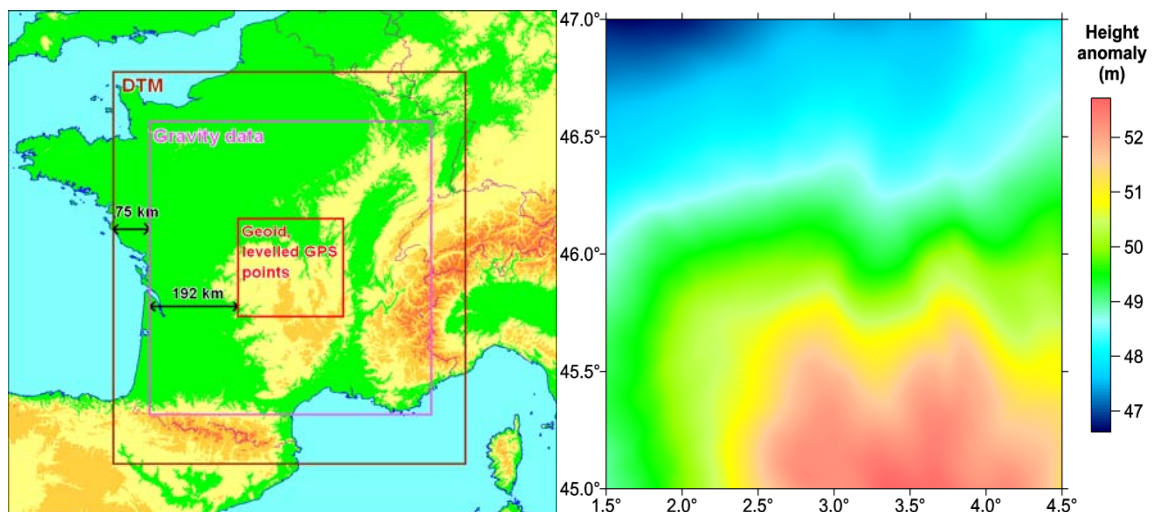


Figure 7 : Jeu test européen : quasi-géoïde sur l'Auvergne (H.Duquenne 2006)

3.5 Statistiques et tests de RAF09

Tableau III: Comparaison de QGF98 des 941 points GPS nivelés du RBF (2009).

	Paramètre	Unité	Valeur
a	biais constant	m	0,030
b	pente vers le nord	m/1000 km	-0,5524
c	pente vers l'est	m/1000 km	0,7911
v min	résidu minimal	m	-0,326
v max	résidu maximal	m	0,584
σ_v	écart-type des résidus	m	0,119
σ_s	écart-type du signal	m	0,094
σ_n	écart-type du bruit	m	0,030

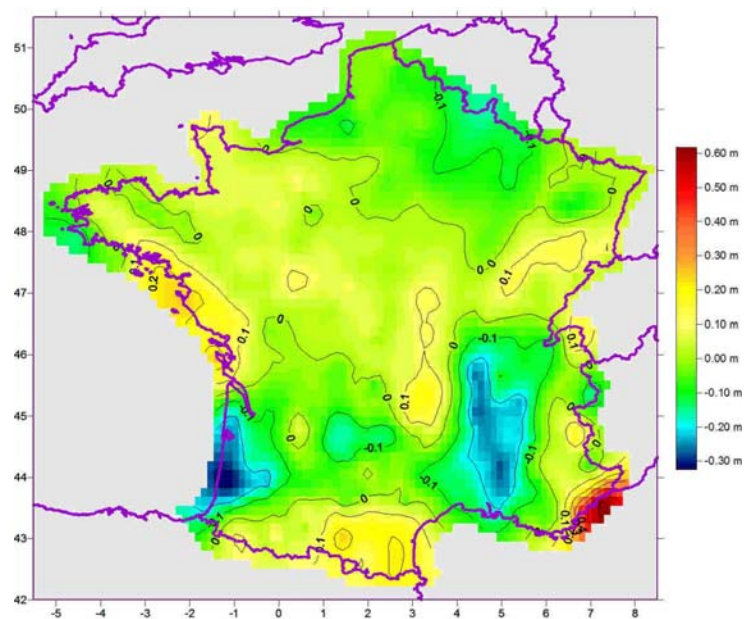


Figure 8 : Résidus de la régression linéaire à 941 points GPS nivelés (F.L'ECU 2010).

3.6 Comparaison entre RAF98 et RAF09

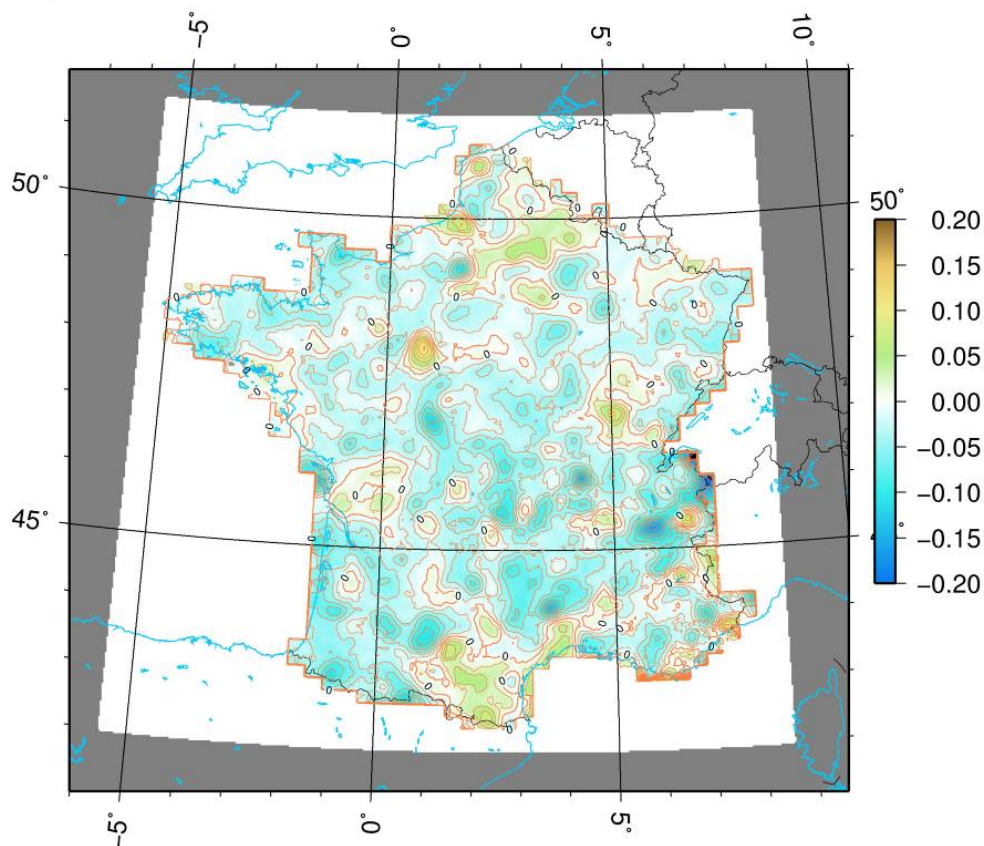


Figure 10 : Ecart entre RAF98 et RAF09

Les écarts entre les deux grilles RAF98 et RAF09 (Figure 10) sont principalement dus aux écarts de hauteurs ellipsoïdales entre le nouveau et l'ancien jeu de coordonnées et peuvent dépasser 10 cm. Par contre en terme de conversion en altitude on obtient des différences d'un petit nombre de centimètres entre celles obtenues avec RAF98 et les anciennes hauteurs et celles obtenues avec RAF09 et les nouvelles hauteurs. A contrario si par mégarde on utilisait RAF98 avec les nouvelles hauteurs ou RAF09 avec les anciennes hauteurs les altitudes seraient faussées des quantités de la figure 10.

3.7 Evaluation de RAF09 par des points GPS nivelés externes

Cette évaluation a été faite d'une part sur les chantiers tests utilisés pour RAF98 (Figure 6), ainsi qu'avec de nouveaux jeux (9 dernières lignes dans le tableau IV). Pour les chantiers anciens une adaptation des hauteurs ellipsoïdales a été faite à partir des écarts de hauteurs ellipsoïdales du RBF. Le jeu ERNIT, qui contient 1160 points GPS nivelés, provient des travaux IGN 2009 d'entretien du réseau de nivellement par les triplets.

Tableau IV : Validation de la grille de conversion RAF09

Fournisseur	long.	lat.	alti.	pts	pd	biais	éc. min	éc. Max	EMQ	ec. type
SARL Nicolas	-2.808	48.201	171	12	0	0.002	-0.042	0.034	0.018	0.019
ENSG	5.968	44.026	586	76	2	-0.001	-0.042	0.054	0.020	0.020
ESGT	0.171	48.012	85	7	0	0.011	-0.000	0.023	0.013	0.008
ESGT	0.149	48.014	81	6	0	0.012	0.002	0.022	0.013	0.007
TOPOLIGER	-0.420	47.461	40	18	0	0.013	-0.006	0.037	0.018	0.013
IGN	-0.263	44.799	52	41	2	-0.003	-0.054	0.038	0.018	0.018
EDF	6.556	44.810	1140	18	0	0.032	-0.017	0.073	0.043	0.029
IGN	2.192	44.023	283	8	0	-0.039	-0.048	-0.024	0.039	0.009
IPGP	3.994	44.564	972	3	0	0.076	-0.021	0.174	0.103	0.085
IGN	5.051	47.319	256	95	2	0.009	-0.026	0.036	0.015	0.012
IGN	6.617	43.413	164	6	0	0.011	-0.020	0.040	0.021	0.021
SNCF	2.478	48.773	74	3	0	-0.042	-0.093	-0.016	0.055	0.044
EDF	-0.464	43.131	360	3	0	-0.002	-0.013	0.017	0.013	0.016
IGN	-1.365	43.403	90	26	2	0.001	-0.046	0.053	0.020	0.020
IGN	5.909	43.143	147	6	0	-0.005	-0.025	0.015	0.016	0.016
CNRS	7.184	43.876	162	4	0	-0.002	-0.019	0.010	0.011	0.012
EDF	7.191	43.877	184	12	0	0.001	-0.025	0.029	0.017	0.018
SNCF-MIRE	0.247	44.443	32	3	0	-0.006	-0.015	-0.002	0.009	0.009
SNCF-MIRE	2.457	48.931	46	2	0	-0.015	-0.022	-0.007	0.016	0.011
SNCF-RATP	2.341	48.827	54	9	0	-0.010	-0.030	0.012	0.018	0.016
SNCF	-4.154	48.231	74	15	1	0.008	-0.025	0.038	0.020	0.019
SNCF	2.678	48.511	55	2	0	-0.018	-0.019	-0.017	0.018	0.001
Ville de NIC	7.240	43.717	100	28	0	-0.008	-0.048	0.015	0.017	0.015
SNCF	3.519	47.961	85	3	0	-0.004	-0.005	-0.003	0.004	0.001
RBF nouv niv	NR	NR	NR	28	0	0.004	-0.013	0.025	0.009	0.008
RBF anc niv	NR	NR	NR	4	0	0.005	-0.001	0.017	0.009	0.008
RBF	NR	NR	NR	2	0	-0.004	-0.009	0.006	0.006	0.007
MAURES	6.624	43.452	174	22	2	-0.006	-0.057	0.040	0.028	0.028
VILLE DE NIC	7.230	43.721	126	30	1	-0.006	-0.032	0.015	0.012	0.011
BORDEAUX	-0.611	44.872	30	138	0	0.005	-0.030	0.040	0.015	0.014
ENSG	5.846	43.958	500	66	2	-0.010	-0.045	0.043	0.024	0.022
GRENOBLE	5.701	45.208	209	3	0	-0.019	-0.044	-0.001	0.026	0.022
ERNIT	0.928	48.593	123	1160	8	-0.008	-0.057	0.043	0.018	0.016

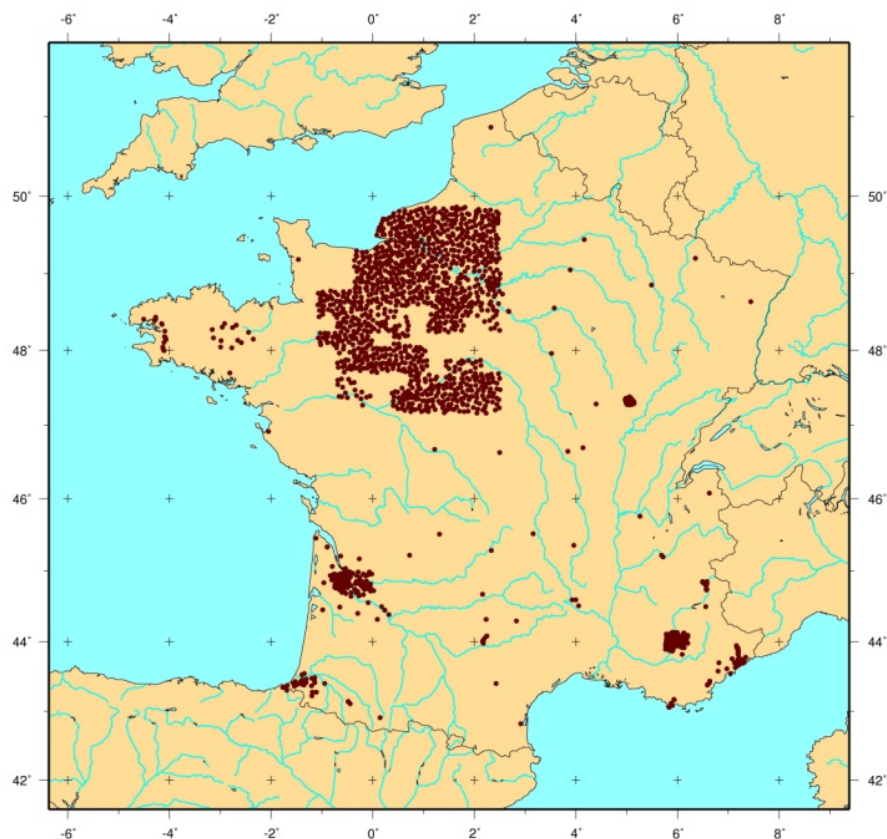


Figure 9 : Répartition des points tests RAF09

Ces tests montrent que la grille RAF09 permet d'obtenir des altitudes avec une précision entre un et deux centimètres.

4. Corse : QGC02 et RAC09

4.1 Le quasi-géoïde QGC02

Les calculs de QGF98 ont mis en évidence des problèmes dans la gravimétrie sur la méditerranée, ainsi que la très mauvaise qualité du modèle de géoïde OSU91 sur la Corse. Ceci avait obligé à se limiter à une intégration de Stokes à 2° pour diminuer les effets sur la Provence. Par ailleurs aucun quasi géoïde suffisamment précis sur la Corse n'avait été obtenu.

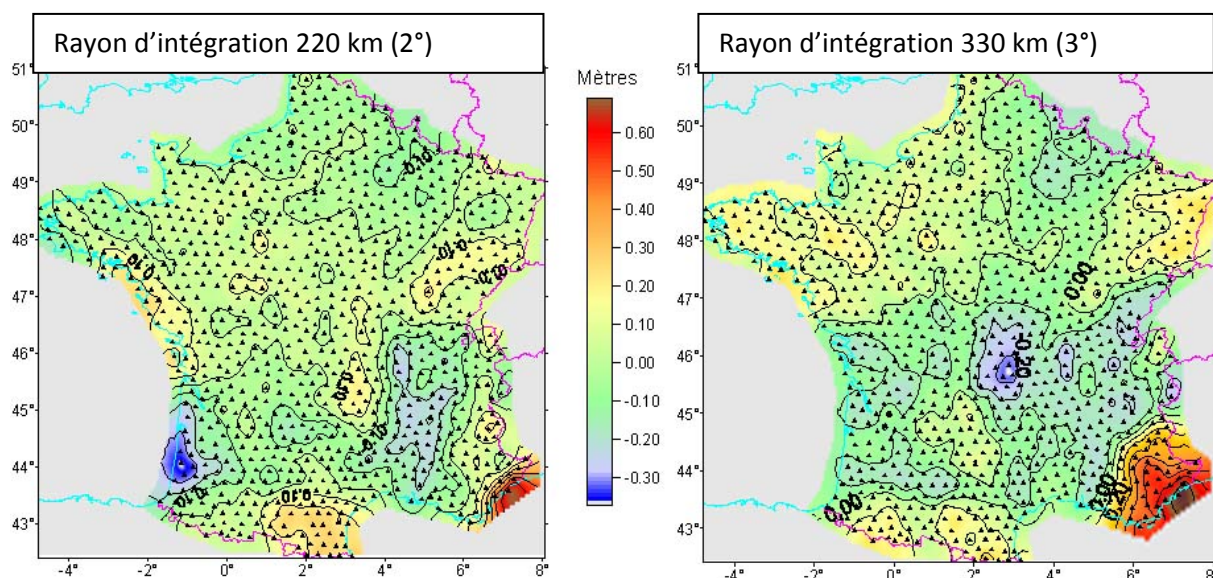


Figure 11 : Comparaison de QGF98 avec 978 points du RBF (partie signal)

Pour remédier à ce problème, en 2001 une campagne de mesures gravimétriques aéroportées a été réalisée en collaboration entre l'ESGT, l'IGN, KMS (Danemark) et l'université de Bergen (Norvège). Le lot de données final comprend 1458 valeurs filtrées d'anomalies de pesanteur réparties le long de 2510 km de lignes de vol. Une analyse des écarts à 25 points de croisement conduit à une précision interne de 2,6 mgal. Des comparaisons de ces nouvelles données avec les mesures marines anciennes de la base du Bureau Gravimétrique International (BGI) et avec des anomalies dérivées d'altimétrie par satellite (grilles de KMS, de CLS et de l'Université de Californie) ont permis de retrouver des erreurs importantes dans les anciens levés et fournissent une estimation externe de la précision.

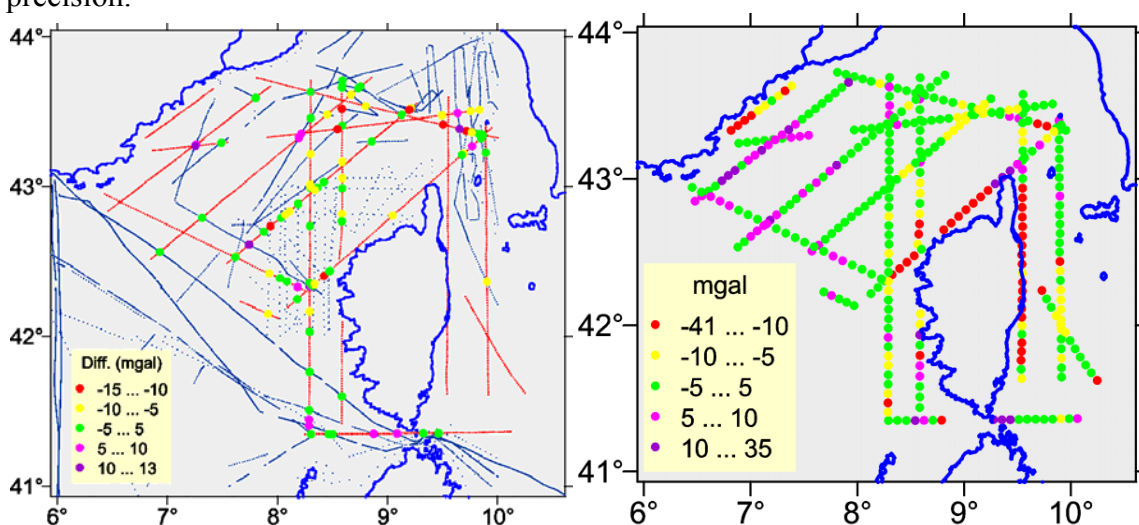


Figure 12 : Comparaison de la gravimétrie aéroportée avec les croisières en bateau et la grille KMS99

Un nouveau lot de données gravimétriques denses et validées, incluant des données terrestres, a été construit, à partir duquel un nouveau modèle du quasi-géoïde pour la Corse (QGC02) a été calculé. Le modèle global EGM96 a été utilisé. Une validation finale a été obtenue par comparaison du géoïde avec 51 points GPS nivelés du RBF sur le continent et la Corse.

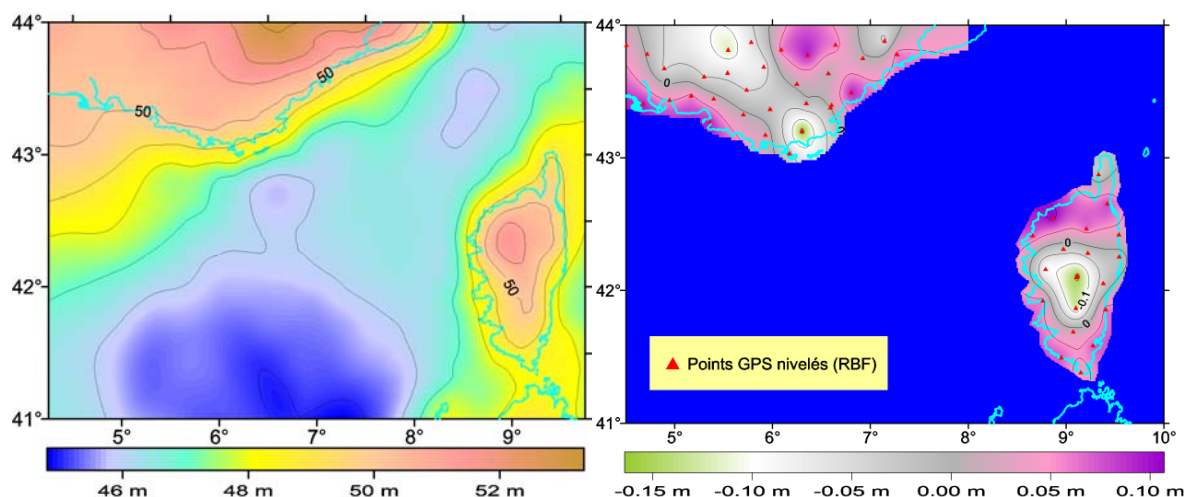


Figure 13 : Le modèle QGC02 et sa comparaison aux points nivelés du RBF

Trois modèles de quasi-géoïde ont été comparés sur des points GPS nivelés couvrant la Provence et la Corse : QGF98 , EGG97 (modèle européen) et QGC02 (H.Duquenne 2004).

Tableau III : Résultat de l'ajustement local des modèles de quasi-géoïdes QGC02A et EGG97 avec des points GPS nivelés.

Modèle	Région	Nbre de points	a (m)	b (10^{-6})	c (10^{-6})	Résidu min. (m)	Résidu max. (m)	Ec.-type (m)
QGC02A	Corse	20	+0,185	-3,57	+1,39	-0,162	+0,107	0,088
	Provence	31	-0,027	-2,10	-1,67	-0,164	+0,096	0,066
EGG97	Corse	20	-1,325	+2,14	+7,32	-0,180	+0,115	0,077
	Provence	31	-0,603	+1,47	+1,13	-0,462	+0,256	0,108
QGF98	Corse	18	-0,384	-1,71	+2,33	-0,107	+0,114	0,082
	Provence	31	+0,408	+3,21	-2,16	-0,131	+0,243	0,100

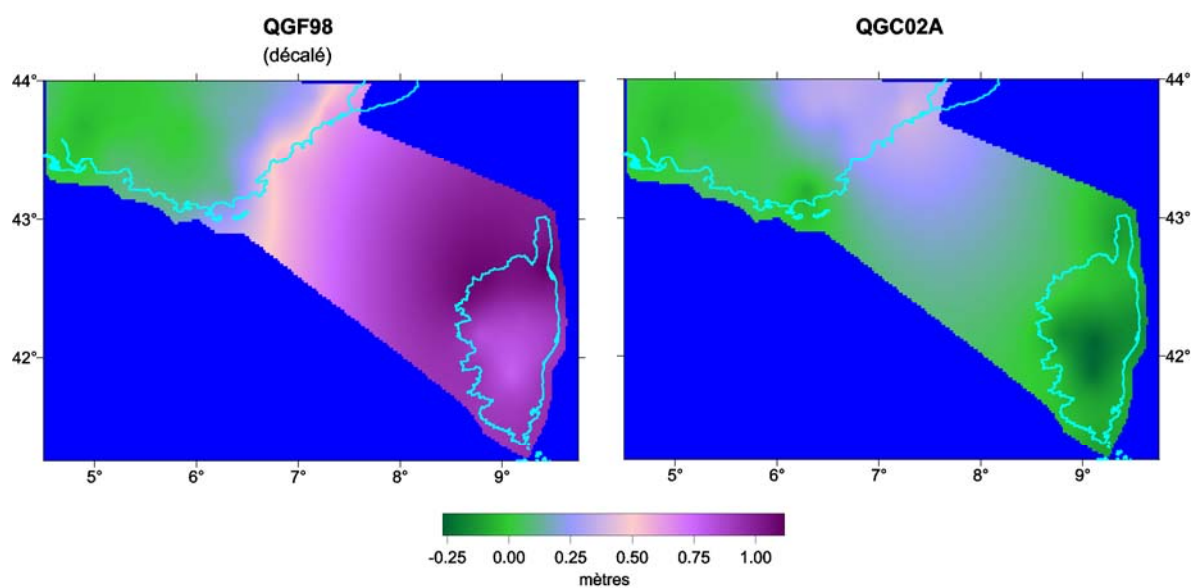


Figure 14 : *Ecart entre géoïdes gravimétriques et points GPS nivelés. A gauche, QGF98 décalé pour être compatible avec QGC02A dans la partie nord-ouest. A droite, QGC02A.*

4.2 La grille de conversion altimétrique RAC09

Cette grille a été obtenue par adaptation du quasi-géoïde QGC02 sur 60 points GPS nivelés.

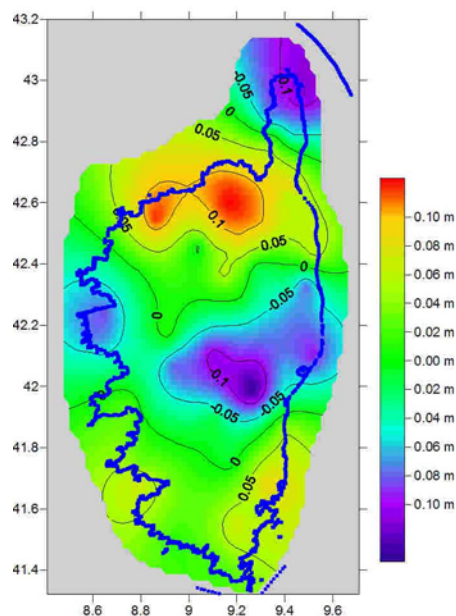


Figure 15 : *QGC02 : Résidus de la régression linéaire à 60 points GPS nivelés (F.L'ECU 2010).*

Tableau V: Comparaison de QGC02 avec 60 points GPS nivelés

	<i>Paramètre</i>	<i>Unité</i>	<i>Valeur</i>
<i>a</i>	biais constant	m	-0,9
<i>b</i>	pente vers le nord	m/100 km	-0,29
<i>c</i>	pente vers l'est	m/100 km	0,96
<i>v</i> min	résidu minimal	m	-0,144
<i>v</i> max	résidu maximal	m	0,128
σ_v	écart-type des résidus	m	0,07

4.3 Evaluation de RAC09 par des points GPS nivelés externes

Le jeu de données test est composé de points GPS nivelés, observés en 2008 par l'IGN à l'occasion de l'entretien du réseau de nivellement et qui ne n'ont pas été utilisés pour la confection de la grille RAC09.

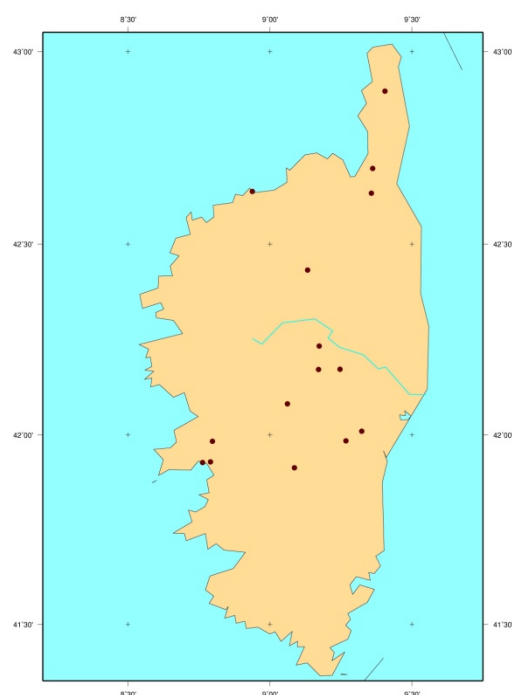


Figure 16 : Répartition des points tests RAC09

Tableau VI: test RAC09 sur des points GPS nivelés

numéro	Latitude (°dec)	Longitude (° dec)	Hauteur géoïde (m)	Ecart (m)
1124	41.92892	8.79085	47.914	0.031
1101	41.98351	8.79717	48.159	0.054
1120	42.98754	9.40500	48.487	-0.010
1146	42.17215	9.17113	49.763	0.006
1108	42.08165	9.06175	49.714	-0.009
1145	42.17271	9.24689	49.444	0.077
1131	42.43188	9.13216	49.993	0.051
1123	42.63266	9.35697	48.916	-0.020
1126	42.69678	9.36185	48.732	-0.021
1132	42.00971	9.32349	48.404	0.016
1137	41.98462	9.26763	48.943	0.049
1119	42.63708	8.93780	48.351	-0.009
1141	42.23325	9.17315	49.824	0.004
1117	41.91346	9.08593	49.201	0.031
5555	41.92747	8.76245	47.740	-0.011

Références Bibliographiques

Duquenne H. – *QGF98, a new solution for the quasigeoid in France*, Finnish Geodetic Institute Report 98:4, pp. 251-255. Proceedings, 2nd Continental Workshop on the Geoid in Europe, Budapest, March 10-14th, 1998.

Duquenne H. – *Grille de correction pour effectuer du nivellement par GPS* – revue Géomètre n° 6 juin 1998

Duquenne H. – *Comparison and combination of a gravimetric quasigeoid with a leveled GPS data set by statistical analysis*, Physics and Chemistry of the Earth, Vol.24 n°1, 1999

Duquenne H. – *Processus de conversions altimétriques applicables en France*. – In : Le GPS et les métiers du génie civil. – Journées GPS 2000 du réseau des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Nantes, juin 2000.

Duquenne H., Olesen A.V., Forsberg R., Gidskehaug A. – *Improvement of the gravity field and geoid around Corsica by aerial gravimetry* – Gravity and Geoid 2002 - 3rd Meeting of the international Gravity and Geoid Commission, proceedings pp 167-172- Springer – Thessaloniki, Greece, August 26-30, 2002

Duquenne H., Olesen A.V., Forsberg R., Gidskehaug A. – *Amélioration du champ de pesanteur et du géoïde autour de la Corse par gravimétrie aéroportée* – revue XYZ - 2004

Duquenne H. – *A data set to test Geoid Computation Methods* – 1st International Symposium of the International Gravity Field Service “Gravity field of the earth”, proceedings pp 61-65 – Harita Dergisi – Istanbul, Turkey, 28 August -1 September, 2006

L'Ecu F., – *Corse – rapport de constitution de la grille de conversion altimétrique RAC09* – IGN/SGN RT/G 81, 2009

WILLIS P. and Al, – *rapport du sous groupe “conversion altimétrique RGF93-IGN69* – CNIG, 1999