

PROCESSUS DE CONVERSIONS ALTIMETRIQUES APPLICABLES EN FRANCE

H. Duquenne (1)

(1) *École Supérieure des Géomètres et Topographes, 1, boulevard Pythagore, 72000 Le Mans*

Résumé

Après une introduction rappelant les différentes méthodes de nivellement par GPS, l'article présente le quasi-géoïde QGF98 et la grille de conversion altimétrique RAF98. Le quasi-géoïde a été calculé à partir, essentiellement, de données gravimétriques par une méthode dérivée de celle de Stokes. Une comparaison avec près de 1000 points GPS nivelés du réseau géodésique français (RGF) permet d'estimer la précision du quasi-géoïde à 10 cm. La grille de conversion altimétrique est dérivée de QGF98 par une adaptation aux points du RGF. L'usage de cette grille est maintenant recommandé par un groupe de travail du Conseil National de l'Information Géographique, qui a estimé sa précision à 2 ou 3 cm en plaine, 4 cm en montagne.

1. Introduction

Inventé par les mathématiciens et géodésiens allemands C.F. Gauss et J.B. Listing, le géoïde est longtemps resté un objet d'études scientifiques. Il était principalement utilisé pour des recherches sur les références verticales et le niveau moyen de la mer. Depuis l'apparition des techniques spatiales de positionnement, et plus particulièrement avec le développement rapide du système GPS, la situation a radicalement changé: le géoïde est devenu un outil indispensable pour convertir les hauteurs ou les différences de hauteurs issues du GPS en

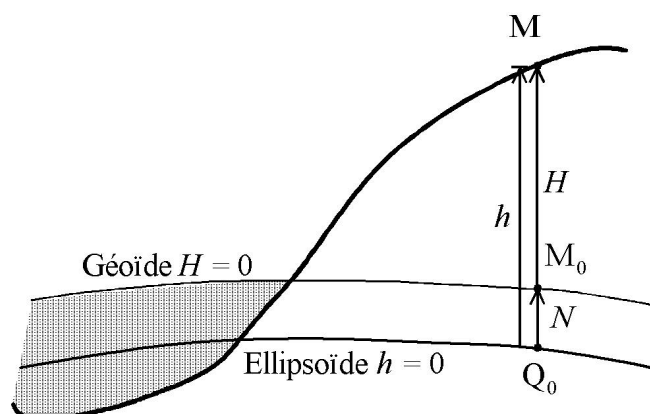


Figure 1 : Altitude, hauteur ellipsoïdale et géoïde.

altitudes ou en différences d'altitudes. Ce problème de conversion altimétrique, dans sa forme générique, est illustré par la figure 1: M est un point de la surface topographique, M_0 est le point du géoïde à la verticale de M , Q_0 est le point d'un ellipsoïde sur la normale à ce dernier passant par M . H est l'altitude orthométrique de M , h est sa hauteur ellipsoïdale. N est la hauteur du géoïde au dessus de l'ellipsoïde de référence. Avec une très bonne approximation, ces grandeurs sont liées par l'équation :

$$H = h - N \quad (1)$$

Il existe plusieurs méthodes pour obtenir la hauteur du géoïde :

On peut utiliser un modèle global de champ, qui donne N sous la forme d'un développement en harmoniques sphériques en fonction des coordonnées géographiques, ou en grille dans laquelle il faut interpoler. Le dernier modèle à haute résolution publié est EGM96 [1]. Sa précision en France est de 0,50 m en plaine, et 2 à 3 m en montagne [2]. Ces mauvaises performances sont dues à des problèmes de références géodésiques (celle de EGM96 diffère légèrement de celle du réseau géodésique français), aux erreurs du modèle de champ et à sa résolution insuffisante : il ne peut pas restituer des détails du géoïde dont l'extension est plus petite que 55 km.

Il est possible (et c'est une méthode très utilisée) de réaliser des modèles locaux du géoïde en déterminant par GPS la hauteur ellipsoïdale de quelques repères de nivellement, ou, par nivellement, l'altitude de quelques points GPS. Pour les autres points, qui sont connus uniquement par GPS, on interpole la hauteur du géoïde en s'appuyant sur les points GPS nivelés environnants et on en déduit l'altitude. On peut prétendre à une précision d'un petit nombre de centimètres pour peu que :

- les points GPS nivelés soient suffisamment nombreux et bien répartis dans et autour de la zone de travail,
- les observations et traitements GPS soient de bonne qualité,
- les dénivelées ne soient pas trop fortes pour éviter des erreurs de troposphère sur les hauteurs ellipsoïdales,
- le géoïde présente peu de courbure.

Avec cette technique, on maîtrise parfaitement et automatiquement les problèmes de systèmes de références géodésique et altimétrique. Par contre, le rattachement au réseau de nivellement est souvent peu pratique, car les repères de nivellement ne sont pas stationnables et sont implantés sur des bâtiments qui constituent des masques. De toutes façons, ces rattachements prennent du temps. La méthode est d'un emploi délicat en montagne.

Une troisième solution consiste à réaliser, par les techniques de la géodésie physique, un géoïde précis et de l'adapter aux références nationales de géodésie et nivellement. Si les données utilisées sont denses et de bonne qualité, la précision du modèle de géoïde est du même ordre de grandeur que celle que permet le GPS en altimétrie. Pour l'utilisateur, le rattachement au réseau de nivellement devient en principe inutile. En contrepartie, il faut utiliser la référence géodésique dans laquelle le géoïde est exprimé. Le géoïde constitue une solution globale (en tout cas nationale) au problème, évitant ainsi la prolifération des modèles locaux dont l'homogénéité est difficilement maîtrisable. Les premiers modèles de géoïdes français sont dus à J.J. Levallois [3], [4], à une époque où il n'était nullement question de nivellement par technique spatiale. Après une tentative [5] en 1987, les recherches ont repris en 1992, au Bureau Gravimétrique International, à l'IGN et à l'ESGT [6], [7], [8]. Les résultats les plus précis sont actuellement le modèle de géoïde QGF98 et la grille de conversion altimétrique RAF98, qui sont présentés dans cet article.

2. Le modèle de géoïde QGF98

Sans trop entrer dans les détails, il est nécessaire de rappeler quelques définitions et d'apporter quelques précisions. Le géoïde est la surface équipotentielle du champ de pesanteur qui coïncide au mieux avec la surface moyenne des océans. Il existe plusieurs méthodes de calcul du géoïde, dont celle de Stokes. Elle utilise des anomalies de pesanteur, définie de la manière suivante :

- g est l'intensité de la pesanteur réelle au niveau du géoïde
- γ est l'intensité qu'aurait la pesanteur si la Terre était un ellipsoïde
- $\Delta g = g - \gamma$ est l'anomalie de la pesanteur

La hauteur du géoïde au dessus de l'ellipsoïde est alors :

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (2)$$

R est le rayon de la Terre, ψ est l'angle sous lequel on voit, depuis le centre de la Terre, le point de calcul et le point courant d'intégration, S est la fonction de Stokes [9] qui ne dépend que de ψ , le domaine d'intégration σ est une sphère unité. Malheureusement, la formule de Stokes n'est valable que dans des conditions assez éloignées de la réalité : il faudrait, en particulier, qu'il n'y ait pas de masse au dessus du géoïde, donc pas de topographie. En fait, il n'est pas possible de calculer N rigoureusement par la méthode de Stokes sans connaître la masse volumique de la croûte terrestre au dessus du géoïde. C'est la raison qui a conduit de nombreux pays, dont la France sous l'impulsion de J.J. Levallois (dès 1969 ! voir [10]), à adopter un système d'altitudes normales au lieu des altitudes orthométriques. La surface de référence des altitudes normales est le quasi-géoïde, qui est calculable exactement sans qu'il soit nécessaire de connaître la masse volumique du terrain, par une extension de la théorie de Stokes due à Molodenski.

QGF98 est un quasi-géoïde. Trois types de données ont été utilisées pour sa réalisation :

- le modèle global de champ OSU91A [11], qui joue le rôle d'une solution approchée et dont l'emploi permet de se contenter d'une intégration des anomalies de pesanteur dans un domaine restreint (220 km autour de chaque point calculé dans le cas de QGF98),
- des valeurs d'anomalies de pesanteur au nombre de 550000 environ, la plupart provenant du Bureau de Recherche Géologiques et Minières et du Bureau Gravimétrique International (voir figure 2),
- un modèle numérique de terrain d'un pas de 140 m, couvrant l'Europe de l'ouest, assemblé à partir de données provenant de l'IGN, du Ministère de la Défense et d'organismes étrangers.

Le potentiel de pesanteur, ainsi que toutes les quantités qui lui sont liées : anomalies de pesanteur, hauteur du quasi-géoïde, sont considérés comme la somme de trois termes : la partie représentée par le modèle de champ, la partie due au terrain supposé homogène et non déjà restituée par le modèle de champ (anomalie dite du terrain résiduel), et la partie, dite résiduelle, due à la géologie ou à des causes plus profondes. Le processus de calcul, baptisé "méthode du terrain résiduel" est dû à R. Forsberg [12] et peut être résumé ainsi :

Des anomalies gravimétriques mesurées Δg , on retire l'anomalie telle qu'elle résulte du modèle de champ Δg_{GM} ainsi que la composante due au terrain résiduel Δg_{RT} , pour obtenir l'anomalie gravimétrique résiduelle :

$$\Delta g_{res} = \Delta g - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RT} \quad (3)$$

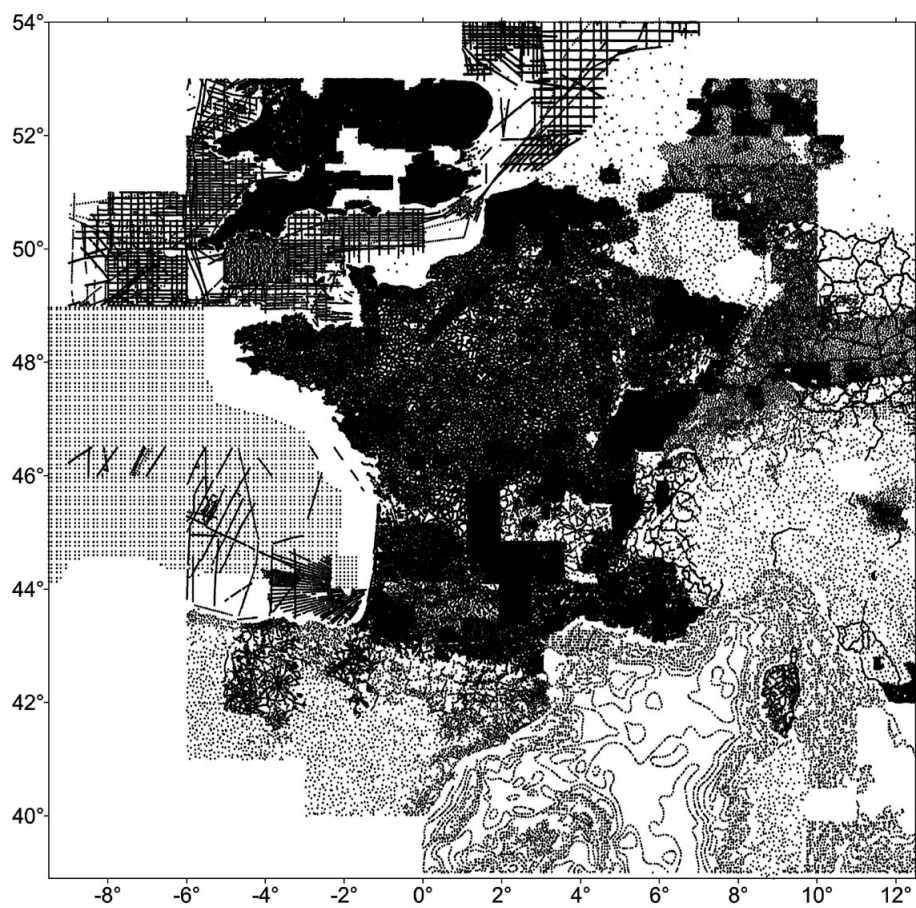


Figure 2 : Données gravimétriques incorporées dans le calcul de QGF98

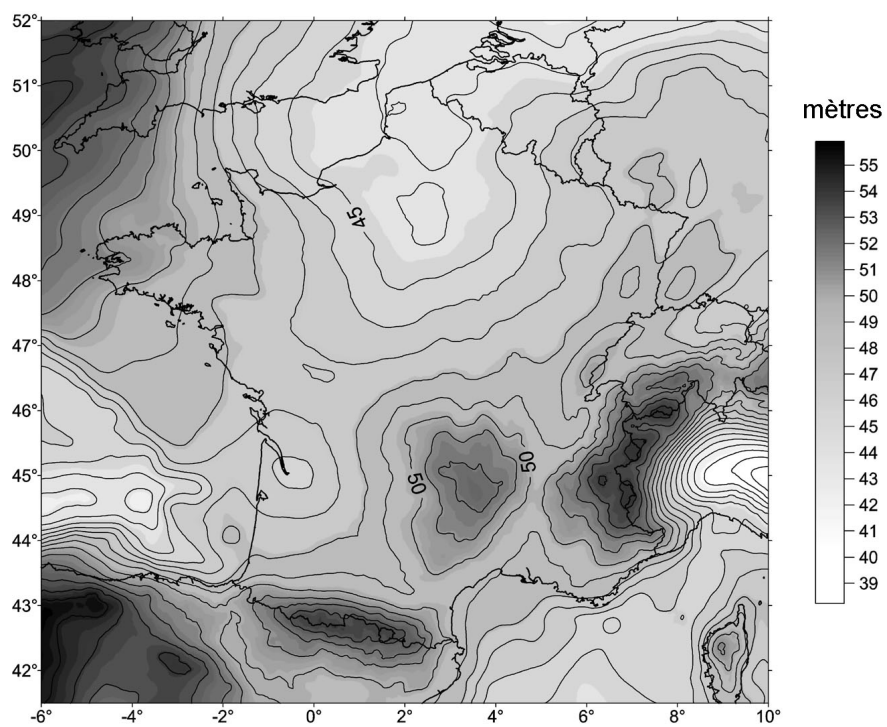


Figure 3 : Le quasi-géoïde QGF98

A partir des anomalies résiduelles ponctuelles on calcule, par interpolation, une grille d'anomalies résiduelles.

On intègre par la formule de Stokes, obtenant des hauteurs du quasi-géoïde résiduel ζ_{res} .

On restaure enfin le quasi-géoïde du modèle de champ ζ_{GM} et l'influence du terrain résiduel ζ_{RT} :

$$\zeta = \zeta_{res} + \zeta_{GM} + \zeta_{RT} \quad (4)$$

Un formulaire complet se trouve dans [12] ou [8]. L'ensemble de logiciels Gravsoft [13] ainsi que des programmes développés à l'ESGT ont été utilisés. La figure 3 montre le quasi-géoïde.

3. L'évaluation de QGF98 et la grille de conversion altimétrique RAF98

En France continentale, la référence altimétrique (surface d'altitude nulle) dont l'utilisateur a besoin pour des opérations de nivellement par GPS est celle qui est réalisée par le réseau de nivellement IGN69. Il serait donc commode d'exprimer cette référence d'altitude dans le référentiel géodésique utilisé pour les calculs GPS, en l'occurrence le Réseau Géodésique Français (RGF). Le quasi-géoïde gravimétrique QGF98 ne réalise pas cette condition pour plusieurs raisons :

- du fait du mode de calcul de QGF98, sa référence géodésique est celle du modèle de champ OSU91A;
- ce modèle de champ présente des erreurs régionales que le processus de calcul ci-dessus n'a pas entièrement supprimées, et qui sont dues en grande partie à la présence des Alpes et des Pyrénées;
- comme toute mesure, la gravimétrie utilisée pour élaborer QGF98 est affectée d'erreurs à caractère systématique (mauvais étalonnage de gravimètres) ou accidentel;
- le réseau de nivellement français est entaché d'erreurs systématiques dont la principale est une pente dans la direction nord-sud de 0,30 m pour 1000 km, [10], [14]. La surface d'altitude nulle réalisée par le réseau n'est donc pas un quasi-géoïde parfait;
- l'altimétrie du réseau géodésique RGF présente elle-même des erreurs accidentelles de quelques centimètres.

Pour conserver la référence d'altitude IGN69 dans les opérations de nivellement par GPS, il a donc été nécessaire d'adapter QGF98, ce qui a été réalisé en le comparant aux points nivelés du RGF selon la figure 4 (voir aussi [15]). ζ_{QGF98} désigne la hauteur du quasi-géoïde gravimétrique au dessus de son ellipsoïde de référence. $\zeta_{GPS-Niv}$ est la hauteur de la surface d'altitude nulle au dessus de l'ellipsoïde de référence du réseau RGF, on l'obtient par le GPS et le nivellement :

$$\zeta_{GPS-Niv} = h - H \quad (5)$$

En chacun des 987 points nivelés du RGF, l'écart peut être modélisé en distinguant une tendance générale exprimée par une fonction linéaire des coordonnées géographiques, et un résidu qui représente les erreurs locales, corrélées ou non :

$$\zeta_{GPS-Niv,i} - \zeta_{QGF98,i} = a + b(\varphi_i - \varphi_0) + c(\lambda_i - \lambda_0)\cos\varphi_i + v_i \quad (6)$$

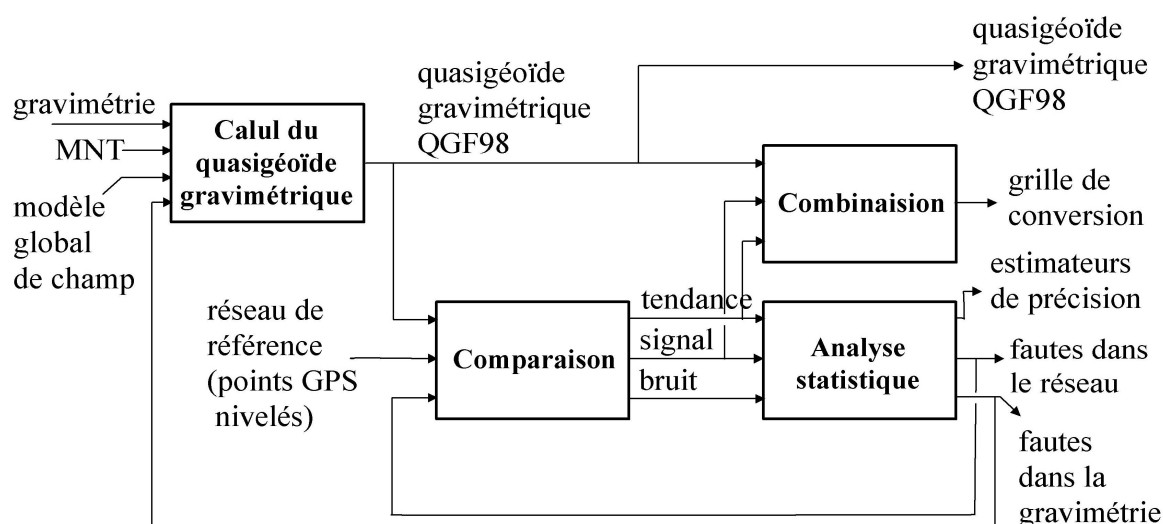


Figure 4 : Validation et adaptation du quasi-géoïde QGF98.

i est l'indice du point, λ_i et φ_i sont sa longitude et sa latitude, λ_0 et φ_0 sont les coordonnées d'un point de référence arbitraire, a est la partie constante de la tendance, b et c sont les pentes vers le nord et l'est de la surface de référence d'altitude par rapport au quasi-géoïde gravimétrique, v_i est le résidu. Celui-ci, ainsi que a , b , c sont calculés par la méthode des moindres-carrés. La tendance linéaire représente les erreurs à grande longueur d'onde ou grande distance de corrélation (problèmes de références géodésiques, erreurs du modèle de champ, erreur systématique principale du nivellement). L'écart-type des résidus est un indicateur global des autres erreurs. Les résultats de la comparaison du quasi-géoïde gravimétrique aux points GPS nivelés du RGF sont donnés dans le tableau I. La figure 5 montre, par des courbes de niveau, les résidus. Les corrélations locales apparaissent clairement, et on constate l'existence de deux zones à forts résidus dans les Landes et en Provence. Des tests et analyses ont montré que ces erreurs proviennent de mesures gravimétriques de mauvaise qualité en mer, autour de la Corse, qui se répercutent sur le géoïde. Il est possible de réduire les erreurs dans les Landes en portant le rayon d'intégration de Stokes de 220 à 330 km au moins, mais les erreurs en Provence deviennent alors insupportables. Une tentative de calcul de géoïde pour la Corse a d'ailleurs échoué pour les mêmes raisons. Il est bien évident qu'une précision de 10 cm en nivellement, se dégradant à 60 cm dans certaines régions, n'est pas satisfaisante

Tableau I : Comparaison de QGF98 des points GPS nivelés du RGF.

	Paramètre	Unité	Valeur
a	biais constant	m	0,060
b	pente vers le nord	m/1000 km	-0,5258
c	pente vers l'est	m/1000 km	0,7852
v min	résidu minimal	m	-0,379
v max	résidu maximal	m	0,676
σ_v	écart-type des résidus	m	0,109
σ_s	écart-type du signal	m	0,104
σ_n	écart-type du bruit	m	0,034

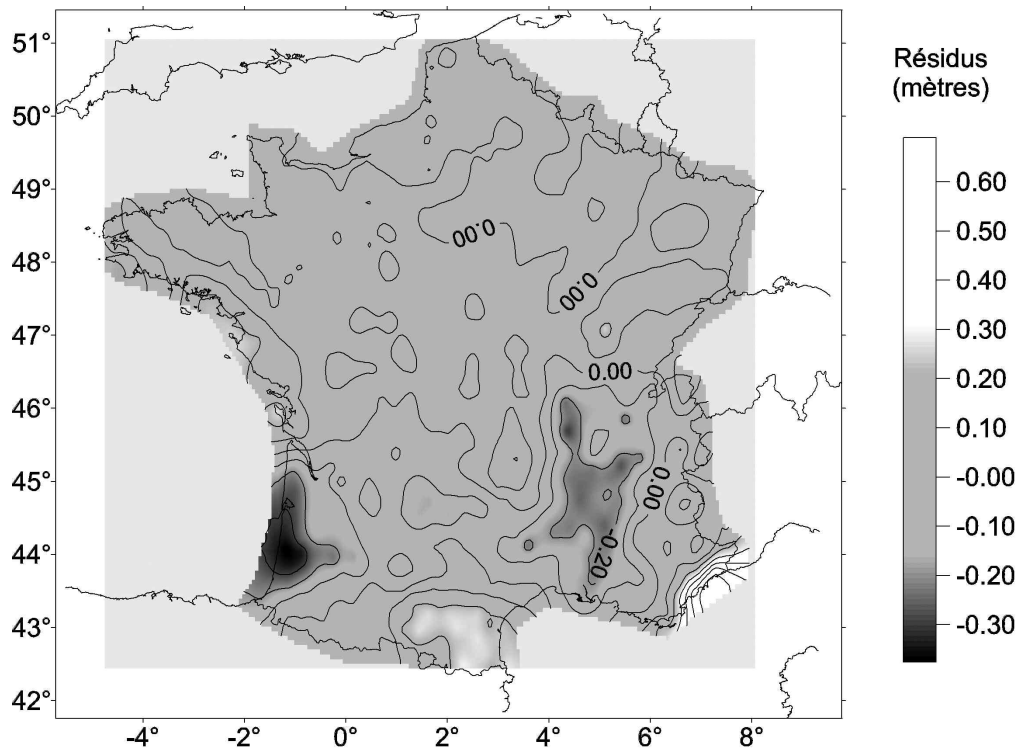


Figure 5 : Résidus de la régression linéaire du quasi-géoïde aux points nivelés du RGF.

pour la majorité des utilisateurs. Aussi a-t-on imaginé d'adapter le quasi-géoïde en profitant à la fois des corrélations locales des erreurs (ce qui les rend prévisibles en partie) et de la bonne exactitude générale des points nivelés du RBF. On partage chaque résidu v_i en signal s_i (partie corrélée) et bruit n_i (partie non corrélée). On démontre qu'une bonne estimation du signal en un point est obtenue en interpolant les résidus des points voisins par une méthode particulière, le krigeage. Le bruit est obtenu en retranchant le signal estimé du résidu effectif. Ces quantités peuvent dans un premier temps être utilisées pour détecter des fautes dans les données. En effet, un signal important est l'indice d'erreurs corrélées, généralement imputables à un défaut de la gravimétrie que l'intégrale de Stokes "étale". Au contraire, un bruit de grand module ne peut être dû qu'à une faute non corrélée sur un point GPS nivelé, causée par exemple par une hauteur d'antenne GPS inexacte ou par l'utilisation d'un repère de nivellement fortuitement déplacé. L'écart-type des résidus, donné dans le tableau I, caractérise l'écart du quasi-géoïde et de la référence IGN69 après régression linéaire, l'écart-type du signal est dominé par les erreurs du quasi-géoïde dues à la mauvaise gravimétrie, l'écart-type du bruit rend plutôt compte des erreurs locales du RGF et du nivellement, dont on peut prendre la mesure de la qualité.

On peut ensuite se servir de la tendance et du signal pour corriger le quasi-géoïde et le contraindre à mieux épouser la forme de la surface d'altitude nulle : il suffit, en chaque nœud de la grille du quasi-géoïde, d'appliquer la tendance et une valeur interpolée du signal. Interpoler le bruit n'aurait évidemment pas de sens. Cette méthode a été appliquée pour générer la grille de conversion RAF98 à partir du quasi-géoïde QGF98 et de 987 point du RGF.

RAF98 se présente sous la forme d'une grille en coordonnées géographiques RGF93, en degrés décimaux. Le pas de la grille est $0,025^\circ$ en latitude, $0,0333^\circ$ en longitude, soit un point tous les 2,7 km environ, ce qui permet une interpolation bilinéaire si on ne recherche pas une précision d'interpolation meilleure que le centimètre. La grille est disponible gratuitement sur

le serveur de l'ESGT (www.esgt.cnam.fr), et accompagne plusieurs logiciels GPS du commerce.

4. Les tests de RAF98

En même temps que d'autres grilles de conversions altimétriques, RAF98 a été évaluée par le groupe de travail "Positionnement statique et dynamique" du Conseil National de l'Information Géographique, sous la présidence de P. Willis [16]. Les traitements ont été réalisés par J.M. Nocquet. Les tests sont basés sur des ensembles de points GPS nivelés, rattachés aux références RGF et IGN69, fournis par différents organismes (IGN et ENSG, SNCF, EDF, CNRS, IPGP). Pour chaque point, on a comparé l'altitude issue du nivellement traditionnel à celle déduite du GPS et des grilles de conversion. Après rejet éventuel de données fausses, l'erreur moyenne quadratique et un biais local moyen ont été calculés pour chaque ensemble de points, donnant des estimateurs de précision de l'ensemble du processus. Il n'est en effet pas possible de séparer les erreurs de RAF98 de celles des mesures de GPS et nivellement de contrôle. En marge des travaux du CNIG ou après ceux-ci, l'auteur de RAF98 a reçu de l'ENSG, de l'ESGT et du Service du Cadastre des données intéressantes car concernant des régions non couvertes par les tests du CNIG. Les résultats de tous les tests disponibles sont présentés dans le tableau II et la figure 6. Les écarts donnés ici peuvent être légèrement différents de ceux publiés par le CNIG, les processus de calcul et de rejet de points faux n'étant pas tout à fait identiques. Globalement, il apparaît que le nivellement par GPS, s'appuyant sur le Réseau Géodésique Français et RAF98, soit réalisable et qu'une précision de 2 à 3 centimètres puisse être atteinte. Le seul test réalisé en région très accidentée dans les Alpes, où la variabi-

Tableau II : Validation de la grille de conversion RAF98

Zone		Nombre de points		Ecart (cm)			
Nom	Altitude moyenne (m)	Total	Rejetés	Moyen	Min.	Max.	EMQ
Bordeaux	53	41	2	-2,1	-6,6	+0,1	2,7
Briançon	1141	18	0	+0,2	-3,7	+7,1	3,9
Carmaux	283	8	8	-2,8	-3,8	-1,4	2,9
Cévennes	906	3	1	+0,2	-1,5	+1,8	1,7
Dijon	257	95	2	-0,1	-2,6	+2,5	1,2
Fréjus	165	6	0	+1,2	-1,5	+4,1	2,1
Le Mans (1)	86	7	0	-0,1	-1,0	+0,9	0,6
Le Mans (2)	82	6	0	+0,1	-0,5	+0,9	0,5
Manosque	587	76	2	+0,4	-3,9	+5,4	1,9
Nice	184	12	0	+1,4	-1,4	+5,0	2,2
Paris	74	3	0	-4,3	-9,4	-1,5	5,6
Pau	361	3	0	+0,1	-1,2	+2,2	1,5
Pays Basque	91	26	2	0,0	-5,3	+4,7	2,1
Rennes	48	15	0	+0,3	-3,6	+2,1	1,8
Toulon	148	8	2	+2,0	0,0	+3,9	2,6
Var	163	5	1	+0,7	-3,0	+3,8	3,0

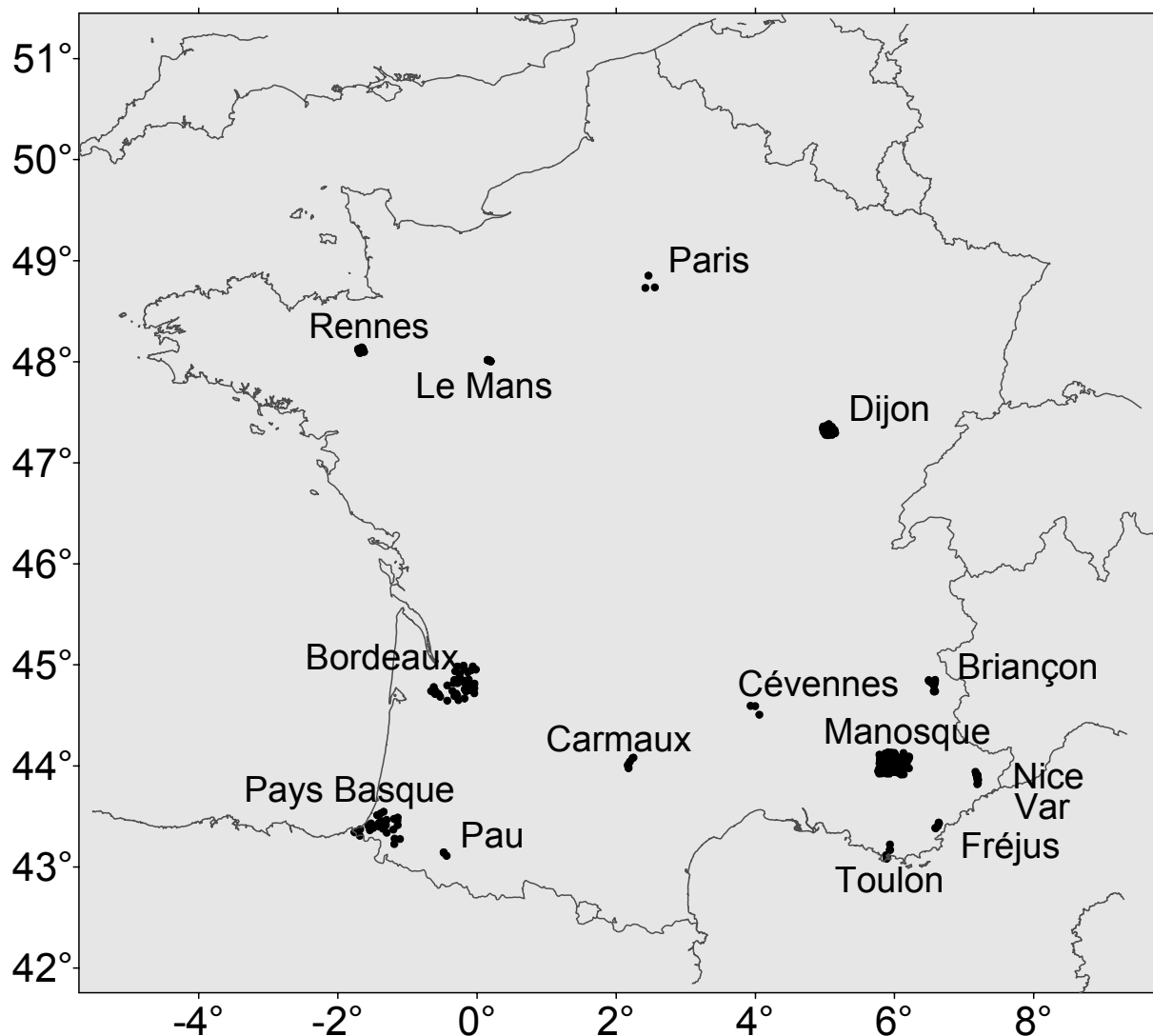


Figure 6 : localisation des tests de RAF98.

lité d'géôïde est très importante, laisse penser que la précision pourrait se détériorer à 4 cm en montagne. Il serait intéressant de poursuivre les investigations dans ce sens.

5. Conclusions et perspectives

Cette étude montre comment un réseau géodésique tridimensionnel moderne, le RGF, et un quasi-géoïde gravimétrique, QGF98, rendent possibles le nivellement par GPS d'une manière efficace et suffisamment précise pour couvrir la majorité des besoins. Le réseau géodésique, dont la plupart des points sont nivelés, met à disposition de l'utilisateur à la fois la référence géodésique et celle du nivellement. Mais le réseau n'est pas assez dense pour rendre compte de la variabilité du géoïde. Le quasi-géoïde, malgré ses défauts, agit comme un interpolateur entre les points nivelés du RBF pour densifier la référence d'altitude. Au niveau du centimètre, la référence IGN69 n'est pas modifiée par le processus nouveau.

Comme on l'a vu, QGF98 manque d'exactitude dans certaines régions et particulièrement en Provence. Pour certains besoins scientifiques, il mériterait d'être amélioré. Cela ne devrait

pas conduire à modifier profondément RAF98, car le processus de correction et d'adaptation du quasi-géoïde s'est montré très efficace.

6. Références

- [1] F.G. Lemoine et al., *The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96*, NASA Center for Aerospace Information (1998).
- [2] H. Duquenne H., *Comparison between the EGM96 model and the French quasi-geoid model* In: Bulletin n°6 of the International Geoid Service. - DIIAR, Politecnico di Milano, Italy (1997).
- [3] J.J. Levallois, *Calcul du géoïde gravimétrique sur le territoire de la France*, présenté à la XV^e Assemblée générale de l'AIG, Moscou (1971). Archives IGN/SGN.
- [4] J.J. Levallois, *Comparaison des géoïdes astrogéodésiques et gravimétriques sur le territoire français*, présenté à la XV^e Assemblée générale de l'AIG, Moscou (1971). Archives IGN/SGN.
- [5] M. Deloménie, *Calcul d'un géoïde gravimétrique sur la France*, Rapport de stage, Institut Géographique National et Bureau Gravimétrique International (1987).
- [6] G. Balma, G. Balmino, M. Sarrailh, D. Toustou, *Géoïde gravimétrique français, état d'avancement et programme de travail au GRGS/BGI*, Toulouse, (1992).
- [7] Z. Jiang, *Méthodologie moderne de la détermination du géoïde, application à la réalisation d'une référence verticale opérationnelle : contribution au géoïde français*, Thèse de doctorat, Observatoire de Paris (1996).
- [8] H. Duquenne, *Le modèle de quasi-géoïde français QGF96 et la surface de référence d'altitude RAF96*, IGN et ESGT (1997).
- [9] W.A. Heiskanen, H. Moritz, *Physical Geodesy* (1967), Reprint Institute of Physical Geodesy, Technical University, Graz, Austria (1981)
- [10] J.J. Levallois, J. Maillard, *Le nouveau réseau de nivellement de premier ordre du territoire français*, présenté à la XV^e Assemblée Générale de l'AIG, Moscou (1971). Archives IGN/SGN.
- [11] R.H. Rapp, Y.M. Wang, N.K. Pavlis, *The Ohio State University 1991 Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficients Model*, O.S.U. Report number 410 (1991)
- [12] R. Forsberg, *Terrain effects in Geoid Computations*, lectures notes in : International School for the Determination and Use of the Geoid, International Geoid Service, DIIAR, Milan, Italy (1994).
- [13] C.C. Tscherning, R. Forsberg, P. Knudsen, *The GRAVSOFIT package*. - First Continental Workshop on the Geoid in Europe. - Research Institute of Geodesy, Topography and Cartography, Prague, Czech Republic (1992).
- [14] M. Kasser, *Un nivellement de très haute précision: la traversée Marseille Dunkerque*, C.R. Acad. Sci. Paris, t. 309, série II, p. 695-700 (1989).
- [15] H. Duquenne, *Comparison and combination of a gravimetric quasigeoid with a levelled GPS data set by statistical analysis*, Physics and Chemistry of the Earth, Vol. 24 n° 1, (1999)
- [16] P. Willis, Rapport du sous groupe "conversion altimétrique RGF93-IGN69", CNIG (à paraître). Consultable et téléchargeable sur <http://lareg.ensg.ign.fr/CNIG.PSD/alti>